ESO 3C_MA_ Matemáticas (ACAD): Fichas de funciones, lectura y autoevaluación del tema 7 y 8 del libro (soluciones en el solucionario del libro vía internet)

Fecha de entrega: Durante los quinces días siguiente a la entrega
Canal de devolución: Por IPASEN o correo
Modo de devolución: foto del cuaderno o documento de Word
Tipo de tarea: Será evaluable todo
Forma en la que será corregida: corrección individual a cada alumn@ y se publicarán las soluciones si es necesario para resolver dudas o se corregirá en una sesión conjunta como la moodle si es posible

Nombre y apellidos: ....

Curso: .... Fecha: ....

LAS FUNCIONES Y SUS GRÁFICAS

DEFINICIÓN DE FUNCIÓN

- Una función asocia a cada valor de x ....
  ....
- x es la variable..
- y es la variable..
- El tramo de valores de x para los cuales hay valores de y se llama ....
  ....

GRÁFICA DE UNA FUNCIÓN

Se representan sobre unos ejes cartesianos.

- El eje horizontal se llama de ....
  y sobre él se representa la ....
- El eje vertical se llama de ....
  y sobre él se representa la ....
- Cada punto de la gráfica tiene dos ....
  ....

VARIACIONES DE UNA FUNCIÓN

CRECIMIENTO Y DECRECIMIENTO

Para estudiar las variaciones de una función, tenemos que mirar su gráfica de izquierda a derecha.

- Una función es **creciente** cuando al aumentar la variable independiente, x, ...
  ....

  EJEMPLO:

  $y = 2x$ es una función ....
- Si al aumentar la variable independiente, x, disminuye la variable dependiente, y, se dice que la función es ....

  EJEMPLO:

  $y = -2x$ es una función ....

MÁXIMOS Y MÍNIMOS

- Si en una función hay un punto más alto que los puntos que lo rodean, se dice que ese punto es ....

  HAZ UN DIBUJO:
- Si una función tiene un punto más bajo que los que lo rodean, se dice que ese punto es
  ....

  HAZ UN DIBUJO:
- A la izquierda de un máximo, la función es .... y a la derecha es.....................
- A la izquierda de un mínimo, la función es .... y a la derecha es.....................

TENDENCIAS DE UNA FUNCIÓN

- Una **función** es **periódica** cuando ....
  ....
- El **período** de una función es ....
  ....

CONTINUIDAD Y DISCONTINUIDADES

- Una función es continua cuando ....
  ....
  ....

  DIBUJA UN EJEMPLO:
- Si la función presenta saltos en su gráfica, se dice que es
  ....
  ....

  DIBUJA UN EJEMPLO:

Nombre y apellidos: ....

Curso: .... **Fecha:** ....

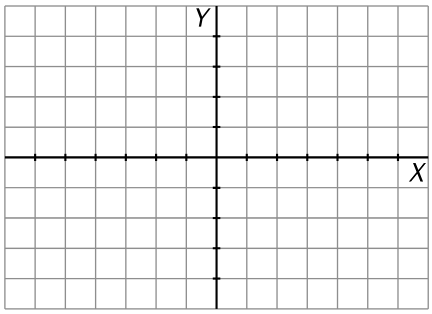
PRACTICA

1 Imagínate que tienes una MÁQUINA DE FUNCIONES, de forma que si metes un número x por una ranura, sale por la boca de la máquina el valor y: "Doble de x y una unidad más".

a) Completa esta tabla de valores según el número x que metas:

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
y							

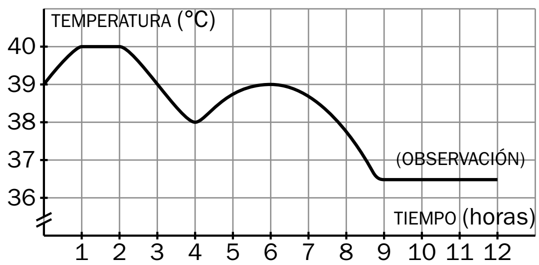
b) Dibuja la gráfica de la función que realiza la máquina. ¿Cuál es el dominio de definición de la función? ¿Y el recorrido?



c) Halla $f(1/2)$ (valor de y cuando $x = 1/2$). ¿Cuánto vale $f(-1/4)$?

d) ¿Para qué valor de x la máquina muestra el valor $y = 13$?

2 Esta es la gráfica de la temperatura de un enfermo según las horas de hospitalización:



a) ¿Con qué temperatura ingresó en el hospital?

b) ¿En qué momento alcanzó la temperatura máxima?

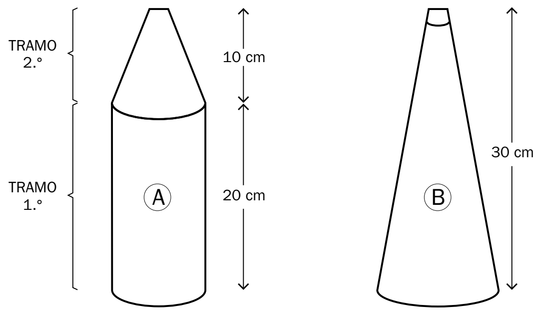
c) ¿En qué períodos la temperatura decreció?

d) ¿Cuánto tiempo estuvo en observación hasta que fue dado de alta?

Nombre y apellidos: ....

APLICA. ¿QUÉ MODELO DE ENVASE ELEGIR?

Una fábrica de detergente prueba dos tipos de envase de 1 litro para comercializar su producto. Le interesa elegir el modelo de envase que se llene en menos tiempo.



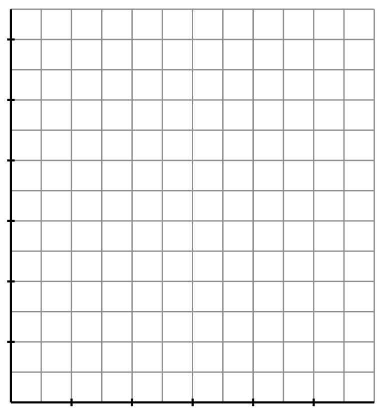
Los técnicos van llenando cada envase y midiendo la altura del líquido cada cierto tiempo [relacionan y (la altura) con t (tiempo)]. Los resultados quedan reflejados en las tablas.

MODELO A									
t (s)	1	2	3	…	20	21	…	24	25
y (cm)	1	2	3	…	20	21	…	28	30

Tramo 1.° (de 1 a 20) — Tramo 2.° (de 21 a 25)

MODELO B					
t (s)	10	15	20	21	22,5
y (cm)	5	10	18	22	30

1 Construye, sobre los mismos ejes, una gráfica para cada modelo que relacione y (altura) con t (tiempo).



2 Contesta a las siguientes preguntas:

a) ¿Qué botella empieza a llenarse más rápido, es decir, crece más deprisa?

b) ¿A partir de qué instante t, la otra botella se llena más rápido?

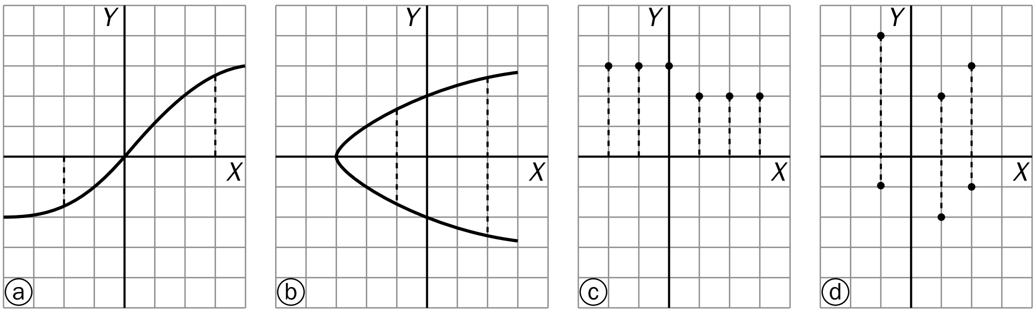
c) ¿Qué envase debe ser elegido? ¿Por qué?

Nombre y apellidos: ....

Curso: .... **Fecha:** ....

PRACTICA

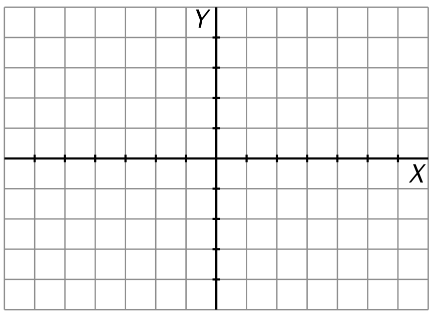
1 Se define una función como una relación entre dos variables (x, y) de modo que a cada valor que le demos a x, le corresponde uno y solo un valor de y. Según esto, ¿cuáles de estas gráficas sí representan una función y cuáles no?



2 Considera la función definida así:

$$y = f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{4} + 3 & \text{para todo } x \text{ menor que } 4 \\ x & \text{para todo } x \text{ mayor o igual que } 4 \end{cases}$$

Represéntala gráficamente haciendo una tabla de valores.



3 Dada la función que asocia a cada número x "su cuadrado aumentado en 1", represéntala utilizando una tabla de valores. ¿Cuál es su valor mínimo? ¿En qué x se alcanza? ¿Para qué valores de x es creciente? ¿Y decreciente? ¿Es simétrica?

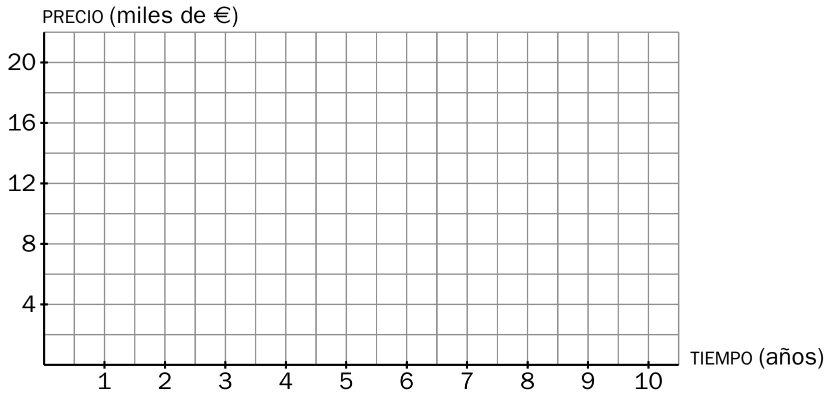
Nombre y apellidos: ....

APLICA. DEPRECIACIÓN DE UN COCHE

Un señor compra un coche por 20 000 €. Sabe que el valor de ese coche se deprecia un 20% anual y desea venderlo cuando su precio en el mercado de segunda mano no sea inferior al 20% del precio que ha pagado actualmente.

1 Construye una tabla de valores sobre el valor y del coche según pasen los años (t), hasta los 10 años. ¿Cuál es la expresión algebraica de esta función?

2 Representa esta situación mediante una gráfica aproximada.



3 Ayúdate de la calculadora y de la expresión algebraica de la función para saber cuántos años han de pasar para que el dueño del coche pueda venderlo al 20% de su valor inicial.

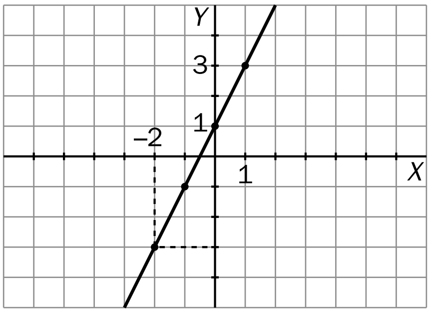
Ficha de trabajo A

PRACTICA

1 a)

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
y	–5	–3	–1	1	3	5	7

b)



Dominio = $\mathbb{R}$. Recorrido = $\mathbb{R}$.

c) $f\left(\dfrac{1}{2}\right) = 2 \cdot \dfrac{1}{2} + 1 = 2$

$f\left(-\dfrac{1}{4}\right) = 2 \cdot \left(-\dfrac{1}{4}\right) + 1 = \dfrac{1}{2}$

d) $x = 6$

2 a) 39°

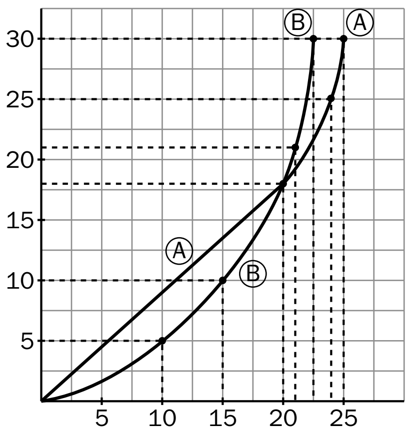
b) En la 1.ª y 2.ª horas.

c) De la 2.ª a la 4.ª h. y de la 6.ª a la 9.ª h.

d) Tres horas: 9.ª h a 12.ª h.

APLICA

1



a) El modelo A.

b) A partir de $t = 21$ s, el modelo B es más rápido.

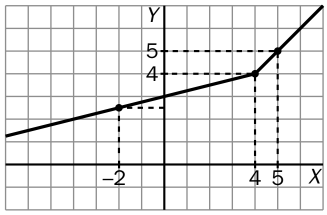
c) Debe elegirse el modelo B porque se llena dos segundos y medio antes.

Ficha de trabajo B

PRACTICA

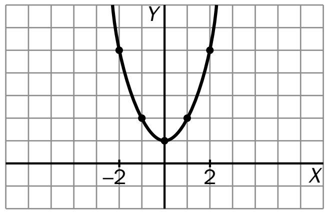
1 Son funciones a) y c). No lo son b) y d).

2



x	–2	0	1	2	3	4	5	6	8
y	2,5	3	3,25	3,5	3,75	4	5	6	8

3



x	–2	–1	0	1	2
y	5	2	1	2	5

- Mínimo en $x = 0$ $y = 1$
- Crece para $x > 0$ y decrece en $x < 0$. Es simétrica respecto del eje Y.

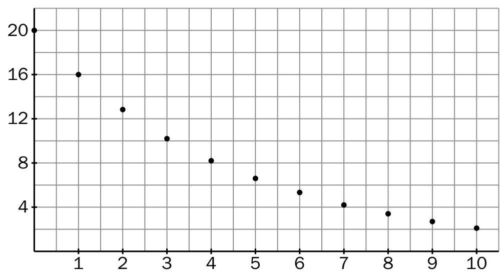
APLICA

1

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	20	16	12,8	10,2	8,2	6,6	5,8	4,2	3,4	2,7	2,1

$y = 20 \cdot 0{,}8^t$

2



3 Deberá venderlo cuando cueste el 20% de 20 000 €, es decir, 4 000 €.

Hacemos $4 = 20 \cdot 0{,}8^t$ y tenemos que $t = 7{,}21$ años.

8 Funciones lineales

Nombre y apellidos: ....

Curso: .... **Fecha:** ....

FUNCIONES LINEALES

FUNCIÓN DE PROPORCIONALIDAD

- Su ecuación es $y =$ ....
- Su gráfica es una .... que pasa por ....

EJEMPLO:

FUNCIÓN $y = mx + n$

- Su gráfica es una ....
- m es la ....
- Corta al eje Y en el punto ....

EJEMPLO:

FUNCIÓN CONSTANTE

- La ecuación de la función constante es $y =$ ....
- Su gráfica es una .... paralela al eje de ....

EJEMPLO:

PENDIENTE DE UNA RECTA

Para reconocer la pendiente de una recta:

- Se despeja ....
- La pendiente es ....

EJEMPLO: La pendiente de la recta $3x - 2y = 0$ es: $m =$ ....

La pendiente de una recta de la que conocemos dos de sus puntos, $A(x_1, y_1)$ y $B(x_2, y_2)$, se calcula así:

$$m = \boxed{}$$

EJEMPLO: La pendiente de la recta que pasa por (0, 1) y (2, 5) es: $m =$ ....

ECUACIÓN DE UNA RECTA

Ecuación punto-pendiente:

- Si de una recta conocemos su pendiente, m, y un punto, (x_1, y_1), su ecuación es: $y =$ ....

EJEMPLO: Ecuación de la recta que pasa por (2, 5) con pendiente –2: $y =$ ....

Forma general de la ecuación de una recta

- Operando, cualquier ecuación de una recta puede ponerse en la forma $\boxed{}x + \boxed{}y = \boxed{}$.
  - — Cuando $\boxed{} \neq 0$ y $\boxed{} = 0$, la recta es paralela al eje Y.
  - — Cuando $\boxed{} \neq 0$, la recta corresponde a una función (funciones lineales).

EJEMPLO: Forma general de la recta de ecuación $y = 5 - \frac{2}{3}(x + 2)$: $\boxed{}x + \boxed{}y = \boxed{}$

ESTUDIO CONJUNTO DE DOS FUNCIONES

- Para hallar analíticamente el punto de corte de dos funciones, se resuelve el sistema formado por ....

EJEMPLO: Las funciones $3x + 2y = -5$ y $-x + y = 1$ se cortan en el punto de coordenadas:

$x =$ .... $y =$ ....

8 Funciones lineales

Nombre y apellidos: ....

Curso: .... Fecha: ....

PRACTICA

1 Cuando caminamos, al mismo ritmo, recorremos 12 m en 8 segundos.

a) Representa en una tabla la relación x (tiempo en segundos) con y (metros recorridos). Halla y para $x = 1, 2, 3, 4$.

b) ¿Cuántos metros recorremos en 4 segundos? ¿Y en un segundo?

c) Escribe la expresión algebraica que relaciona y con x.

d) Representa gráficamente la función $y = f(x)$. ¿Cuál es su pendiente?

2 Representa gráficamente las siguientes funciones lineales:

a) $y = 3x$

b) $y = 2x + 1$

c) $y = -2x + 1$

Nombre y apellidos: ....

APLICA. ELASTICIDAD DE LOS MUELLES

De entre tres muelles, A, B, C, de 10 cm cada uno, pero de distinto metal, queremos elegir el que soporte más peso sin estirarse (deformarse) mucho.

Usamos pesos desde 1 a 5 kg. El muelle A se estira 2 cm cada kilo que colguemos. El muelle B se estira 1 cm por cada kilo y el C se estira 1 cm por cada 2 kg que colguemos.

1 Construye para cada muelle una tabla que relacione y (cm de longitud del muelle) con x (kg colgados).

a)

x	0	1	2	3
y	10			

b)

x	0	1	2	3
y	10			

c)

x	0	1	2	3
y	10			

2 Construye las tres gráficas (x, y) en los mismos ejes.

3 ¿Qué muelle es el más resistente (soporta más peso estirándose menos)?

4 Cada muelle se romperá cuando se estire un máximo de 15 cm. ¿Para qué valor de x (kg) se rompe cada muelle?

Nombre y apellidos: ....

Curso: .... **Fecha:** ....

PRACTICA

1 a) Representa gráficamente la relación y (€) con x (kg).

x (kg)	1	2	3	4	5
y (€)	0,5	1	1,5	2	2,5

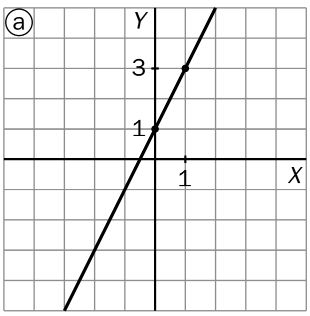
b) ¿Cuál es la expresión algebraica de esta relación?

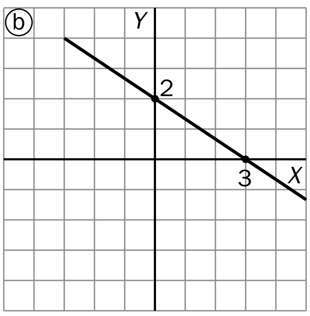
c) ¿Cuál es la pendiente de la función?

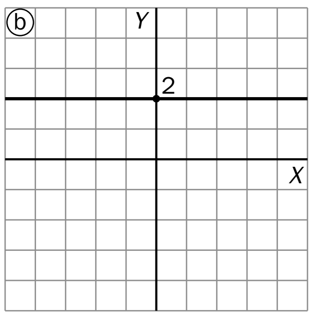
2 Representa la función $y = 3x + 2$. ¿Cuál es su pendiente? ¿Y la ordenada en el origen?

3 Escribe la ecuación de la recta que pasa por $A(2, 4)$ y $B(-1, -2)$. ¿Cuál es supendiente? Represéntala gráficamente.

4 Observa estas gráficas, encuentra la pendiente y la ordenada en el origen y escribe la ecuación de cada recta.







Nombre y apellidos: ....

APLICA. LA GRAN ETAPA DE UN CICLISTA CAMPEÓN

Se celebra la etapa de montaña entre las localidades de *Mourier* y *Rengón* (*M* y *R*), de 180 km. El perfil de esa etapa (relación de la altura sobre el nivel del mar con el kilómetro del recorrido) viene dado en esta gráfica:

1 ¿Cuál es la cima *Pantani* (mayor altura)? ¿En qué kilómetro del recorrido se encuentra?

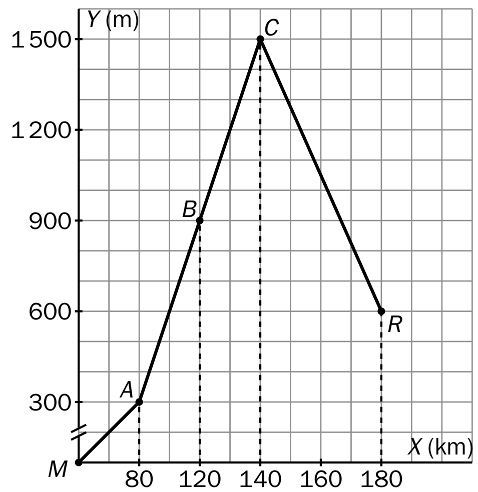
El ganador fue Emil Trepa. La carrera se desarrolló así:

Tramo *MA*: pelotón (40 km/h)

Tramo *AB*: Emil y 8 corredores ($v = 20$ km/h)

Tramo *BC*: Emil solo ($v = 10$ km/h)

Tramo *CR*: Emil solo ($v = 40$ km/h)



2 Halla las gráficas de las funciones lineales espacio, *e*, y tiempo, *t*, del ganador en cada tramo del recorrido.

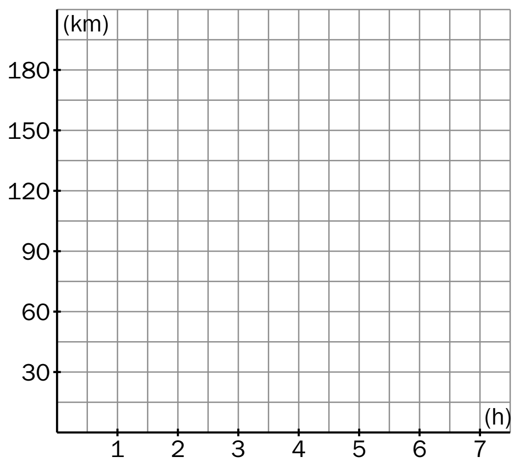
MA 40 km/h	*t*	1	
	e	40	

AB 20 km/h	*t*			
	e	80		120

BC 10 km/h	*t*			
	e	120		140

CR 40 km/h	*t*		
	e	140	

¿Cuál es la pendiente de esta gráfica en cada tramo?



3 ¿Qué relación tiene este dato con la velocidad de cada tramo?

4 ¿Cuánto tiempo tardó Emil en ascender a *C*? ¿Y en descender?

Ficha de trabajo A

PRACTICA

1 a)

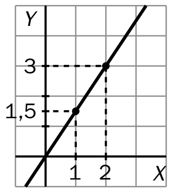
x	1	2	3	4	…	8
y	1,5	3	4,5	6	…	12

b) En 4 s recorremos 6 m.

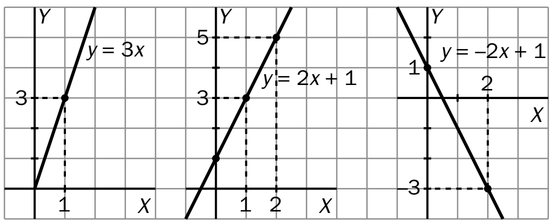
En 1 s recorremos 1,5 m.

c) $y = 1{,}5x$

d) pendiente = 1,5 = 3/2



2



APLICA

1 a)

x	0	1	2	3	4	5
y	10	12	14	16	18	20

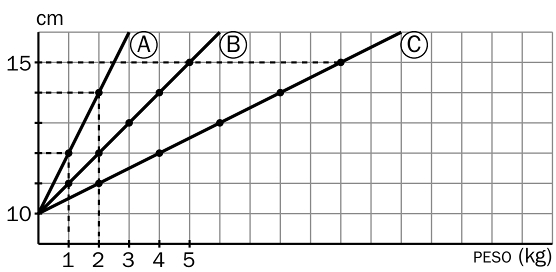
b)

x	0	1	2	3	4	5
y	10	11	12	13	14	15

c)

x	0	1	2	3	4	5
y	10	10,5	11	11,5	12	12,5

2



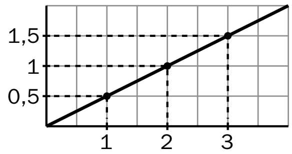
3 El muelle más resistente es el C.

4 A) se rompe con 3 kg.
B) se rompe con 5 kg.
C) No se rompe.

Ficha de trabajo B

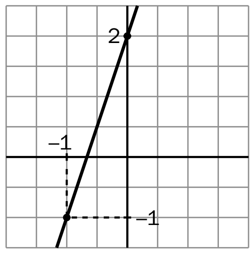
PRACTICA

1 a)



b) $y = 0{,}5x$ c) $m = 0{,}5 = 1/2$

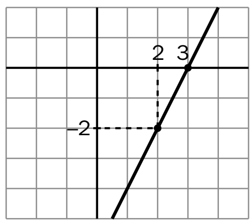
2



$m = \dfrac{3}{1} = 3$

$n = 2$

3



$m = \dfrac{-2-4}{-1-2} = 2$

$y - 2 = 2(x - y)$

$y = 2x - 6$

4 a) $m = 2$; $n = 1$; $y = 2x + 1$
b) $m = -2/3$; $n = 2$; $y = (-2x/3) + 2$
c) $m = 0$; $n = 2$; $y = 2$

APLICA

1 La cima Pantani está en el kilómetro 140 y tiene una altura de 1 500 m.

2

MA	t	1	2
	e	40	80

AB	t	2	3	4
	e	80	100	120

BC	t	4	5	6
	e	120	100	120

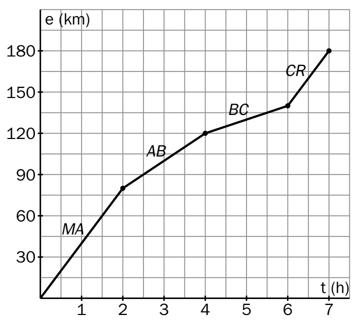
CR	t	6	7
	e	140	180

$m_{MA} = 40$

$m_{AB} = 20$

$m_{BC} = 10$

$m_{CR} = 40$



3 Corresponden a las velocidades.

4 En llegar a C tardó 6 horas, y en descender, 1 h.

ACTIVIDADES DE REPASO.
FUNCIONES LINEALES Y CUADRÁTICAS

1. Escribe la ecuación de las siguientes rectas:

a) Su ordenada en el origen es 3 y su pendiente -2

b) Función constante que pasa por (0, 5)

c) Función constante que pasa por (3,5)

d) Recta que pasa por (3,-5) y cuya pendiente es 3/4

e) Recta que pasa por (0,0) y (1,2)

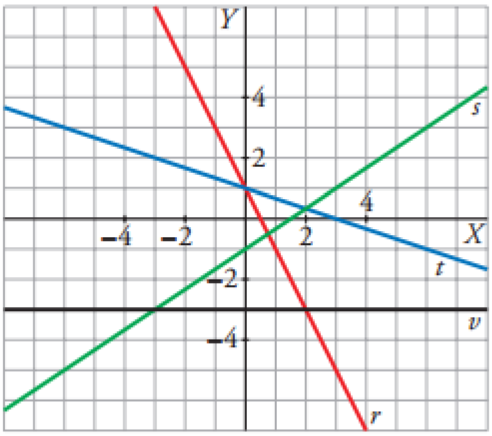
f) Recta que pasa por (-5,4) y (1,0)

2. Una receta para hacer un postre recomienda poner 5 gramos de chocolate por cada 100 cm^3 de leche

- Dibuja unos ejes coordenados y traza la recta que sirve para relacionar la cantidad de chocolate (en g) en función de la cantidad de leche (en cm^3)
- Halla la expresión analítica

3.

Escribe la ecuación de las funciones dibujadas:



r:

s:

t:

v:

4. Representa las siguientes parábolas y halla el vértice en cada caso, indicando si es un máximo o un mínimo

a) $y = x^2 - 2x$

b) $y = -x^2 - 2x - 4$